ENTROPÍA

La entropía es una medida de variación para variables cualitativas. Si X es una variable cualitativa que toma un número finito de valores $x_1, x_2, \dots, x_n$ con probabilidades $p_1, p_2, \dots, p_n$ (las probabilidades $p_1, p_2, \dots, p_n$ son números no negativos y suman uno), se define entropía de X como:

$$H(X) = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{1}{p_i} = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (1)$$

medidas con unidades de orden a , donde a es la base del logaritmo.

Como vale, $\log_a b \cdot \log_b x = \log_a x$, resulta que cambiar la base del logaritmo es multiplicar por una constante. Por eso, generalmente, no se indica la base del logaritmo que se usa. Si se usa la base 2, la unidad correspondiente se denomina bit (binary unit), si se usa e , la unidad es el nat (natural unit) y si se usa la base 10 se llama Hartley, en memoria del primero que sugirió en 1928 la medida logarítmica de la información (mal llamada, sería correcto llamarla “de la comunicación”, pero se impuso su uso).

El concepto de entropía proviene de la termodinámica y fue introducida por el físico alemán Rudolf Clausius en 1865. A partir de 1890 el físico austriaco Ludwig Boltzmann inicia el desarrollo de la mecánica estadística donde tiene un rol central el concepto de entropía. Sus ideas fueron duramente cuestionadas por los físicos de la época (Mach y Ostwald). Padeciendo intensas depresiones se suicidó en 1906. Se considera que contribuyó a su suicidio, además de su enfermedad mental, la falta de aceptación de sus teorías físicas, justo antes que los experimentos de Perrin (1908) y Millikan (1909) confirmaran sus teorías.

Para generalizar la fórmula de entropía cuando la probabilidad de algún valor de la variable es nula, se define $0 \cdot \log 0 = 0$ (ya que cuando x tiende a 0, $x \cdot \log x$ tiende a 0).

Como las probabilidades p_i de la expresión (1) son números comprendidos entre cero y uno, resulta que la entropía es siempre mayor o igual a cero (considerando bases del logaritmo mayor que 1). Se demuestra que toma todos los valores entre 0 y $\log n$, donde n es el número de valores que toma la variable cualitativa.

La entropía es nula cuando la variable es determinística; es decir, cuando todas las probabilidades son nulas salvo una que vale uno. Porque a partir de que la entropía es nula resulta que todos los términos de la fórmula (1): $p_i \cdot \log p_i$ son nulos y la ecuación $x \cdot \log x = 0$ tiene como únicas raíces 0 y 1.

El valor de $\log n$ es alcanzado solamente si todos los valores de la variable tienen la misma probabilidad; es decir si $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 1/n$.

La entropía mide “el grado de desorden de un sistema”, a mayor entropía mayor desorden. Si tuviéramos que buscar un zapato que sabemos que está en alguno de los cuatro dormitorios de una casa, el mayor desorden es cuando la probabilidad es $1/4$, pues si así no lo fuera empezaríamos por buscarlo por el dormitorio de mayor probabilidad (la moda) y así sucesivamente.

Sea A un suceso con probabilidad $p(A)$, si A se realiza decimos que hemos recibido por definición,

$$I(A) = \log \frac{1}{p(A)}$$

unidades de información.

Por tanto la entropía se puede pensar como la cantidad media de información, pues es la esperanza de la cantidad de información.

Referencia Bibliográfica

Abramson, Norman: Teoría de la Información y Codificación. Quinta edición. Madrid. 1981. Editorial Paraninfo.